Chapitre 14 : Grandeurs composées – Agrandissements - réductions

I- Vitesse.

La vitesse v est donnée par la formule : $\boxed{v = \frac{d}{t}}$

La vitesse est le quotient de deux grandeurs : une longueur d par une durée t.
La vitesse est donc une grandeur quotient.

Exprimer d en fonction de v et de t : $\frac{v}{1} = \frac{d}{t}$ *donc* $\boxed{d = v \times t}$

Exprimer t en fonction de v et de d : $\frac{v}{1} = \frac{d}{t}$ *donc* $\boxed{t = \frac{d}{v}}$

Si la distance s'exprime en kilomètre (km) et la durée en heures (h), alors la vitesse s'exprime en kilomètre par heure (km/h ou km.h^{-1}).

Applications :

a) La vitesse de la lumière est de 300 000 000 m/s. Exprimer cette vitesse en km/h.

300 000 000 m = 300 000 km et 1h = 3600 s
300 000×3600 = 1 080 000 000 = 1,08×10^9 **La vitesse de la lumière est de 1,08×10^9 km.h^{-1}.**

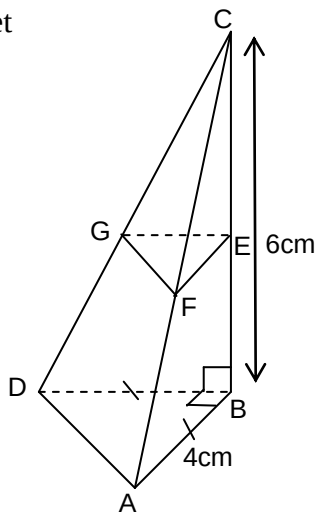
b) La vitesse du son dans l'air est de 1 224 km/h. Exprimer cette vitesse en m/s.

1 224 km = 1 224 000 m $\frac{1224000}{3600} = 340$ **La vitesse du son dans l'air est de 340 m.s^{-1}.**

II- Agrandissement – Réduction.

Activité : Une pyramide réduite.

Les faces CBA et CBD de la pyramide sont des triangles rectangles en B et la base DBA est un triangle rectangle isocèle en B.
CB = 6 cm et AB = 4 cm.



1) Calculer le volume de la pyramide CBAD :

Aire de la base $= \frac{BA \times BD}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$ **cm^2**

V= $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{8 \times 6}{3} = 24$ **cm^3**

2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point E tel que CE = 3 cm.
La pyramide CEFG est **une réduction** de la pyramide CBAD.

Quelle est la nature de la section EFG ? **Le triangle EFG est isocèle en E.**

Calculer :

• Le coefficient de réduction : $k = \frac{CE}{CB} = \frac{3}{6} = 0,5$

Les longueurs sont multipliées par 0,5.

• L'aire du triangle EFG :

$\mathcal{A}$ **(EFG)** $= \frac{EF \times EG}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$ **cm^2**

Compléter : $\mathcal{A}$(EFG) = 0,25× $\mathcal{A}$(BDA) **Or, 0,25 = $0,5^2$** **Les aires sont multipliées par $0,5^2$.**

• Le volume de la pyramide CEFG.

V(CEFG) = $\frac{\text{aire de la base}\times\text{hauteur}}{3} = \frac{2\times3}{3} = 2\ \text{cm}^3$

Compléter : **V(CEFG)** = 0,125×**V(CBAD)** **Or, 0,125 = $0,5^3$** **Les volumes sont multipliés par $0,5^3$.**

Propriété 1 :

Pour un agrandissement ou une réduction de rapport *k* :

- ✓ **les longueurs sont multipliées par *k*,**
- ✓ **les aires sont multipliées par k^2,**
- ✓ **les volumes sont multipliés par k^3.**

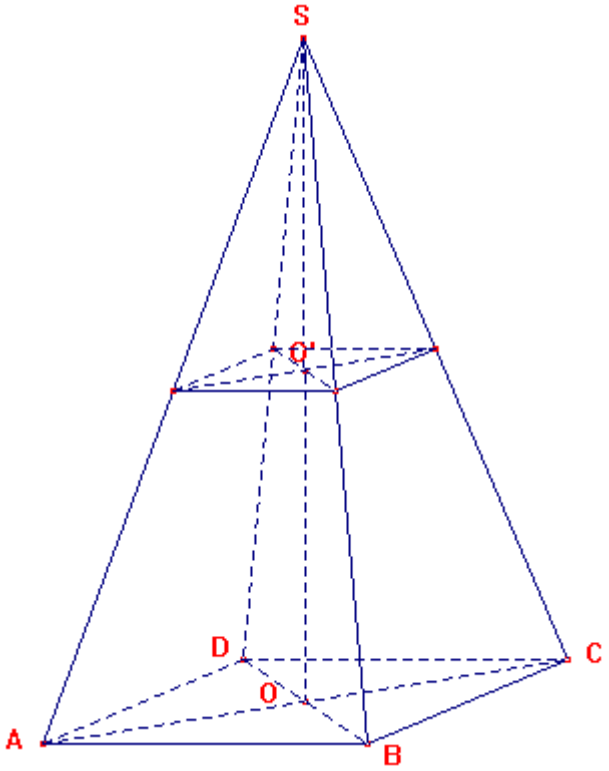
A connaître par cœur.

Propriété 2 :

- ✓ **Si $k > 1$ alors il s'agit d'un agrandissement.**
- ✓ **Si $0 < k < 1$ alors il s'agit d'une réduction.**
- ✓ **Les réciproques sont vraies.**

Activités géométriques : Brevet 2006

Pour la pyramide SABCD ci-contre :
La base est le rectangle ABCD de centre O.
AB = 3 cm et BD = 5 cm. La hauteur [SO] mesure 6 cm.



1) Montrer que AD = 4 cm.

Le triangle ABD est rectangle en A.
Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BD^2 = AB^2 + AD^2$ **$5^2 = 3^2 + AD^2$**
$AD^2 = 52 - 32$ **$AD^2 = 25 - 9$** **$AD^2 = 16$**
Or, AD > 0 donc AD = $\sqrt{16} = 4$ cm

2) Calculer le volume de la pyramide SABCD en cm^3.

V(SABCD) = $\frac{\text{aire de la base}\times\text{hauteur}}{3}$

$$= \frac{AB\times AD\times SO}{3} = \frac{3\times4\times6}{3} = 24\ \text{cm}^3$$

3) Soit O' le milieu de [SO].
On coupe la pyramide par un plan passant par O' et parallèle à sa base.

a) Quelle est la nature de la section A'B'C'D' obtenue ?
ABCD étant un rectangle, la section A'B'C'D' est aussi un rectangle.

b) La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le rapport de cette réduction.

$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{3}{6} = 0,5$$

c) Calculer le volume de la pyramide SA'B'C'D'.
V(SA'B'C'D') = V(SABCD)×$0,5^3$= 0,125×24 = 3 cm^3.