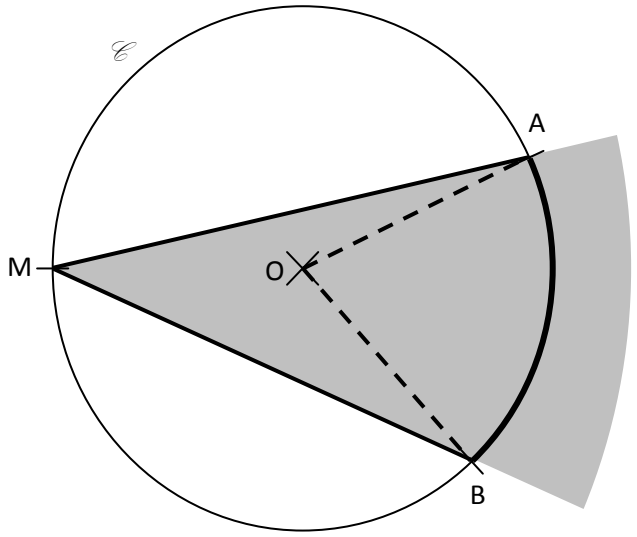
Chapitre 12 : Angles inscrits – Polygones réguliers.

I- Vocabulaire.

$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O.

A, B, et M sont trois points distincts du cercle $\mathscr{C}$.



Définition 1 : On dit que l'angle $\widehat{BMA}$ est un **angle inscrit** dans le cercle $\mathscr{C}$.

Remarque :

- L'arc de cercle en gras d'extrémités A et B s'appelle le petit arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ (l'autre arc de cercle d'extrémités A et B s'appelle le grand arc de cercle).
- On dit que l'angle inscrit $\widehat{BMA}$ intercepte le petit arc $\overset{\frown}{AB}$.

Définition 2 : Un **angle au centre** du cercle $\mathscr{C}$ est un angle dont le sommet est le centre du cercle $\mathscr{C}$.

Ici $\widehat{BOA}$ est un angle au centre.

II- Propriétés (*conjectures sur GeoGebra*).

Ouvrir GeoGebra et reproduire la figure ci-dessus puis afficher les mesures des angles $\widehat{BMA}$ et $\widehat{BOA}$. Comparer les mesures de ces deux angles.

1) Relation entre l'angle inscrit et l'angle au centre.

On peut conjecturer la propriété :

Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle alors la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre.

2) Rappel d'un cas particulier.

Déplacer le point A afin d'obtenir $\widehat{BOA} = 180°$. Le segment [AB] est ainsi un diametre du cercle $\mathscr{C}$.

On peut conjecturer la propriété :

Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés alors ce triangle est rectangle.

3) Relation entre deux angles inscrits dans un cercle qui interceptent le même arc de cercle.

Toujours sur GeoGebra, placer un point N distinct des points A, B et M puis aficher la mesure de l'angle $\widehat{BNA}$.

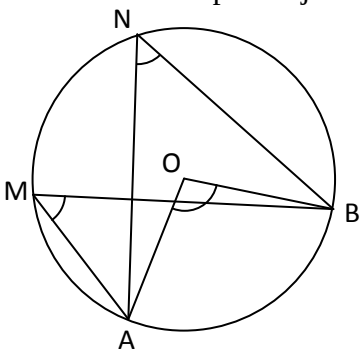
On peut conjecturer la propriété :

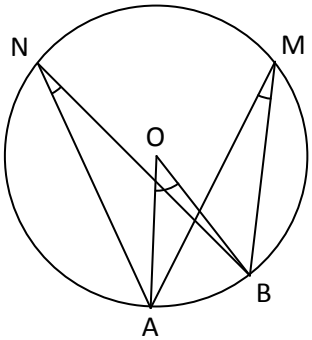
Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc de cercle alors ils ont la même mesure.

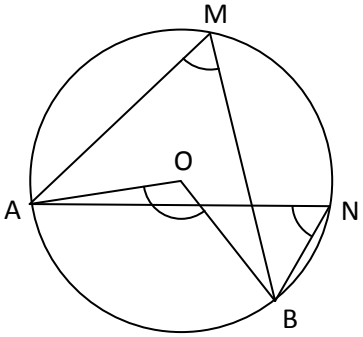
4) Applications.

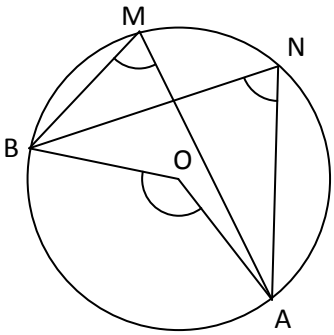
Sans effectuer la moindre mesure, retrouver les mesures de tous les angles :

On ne demande pas de justifiez.









$\widehat{AOB} = 100°$ $\widehat{AMB} = 50°$ $\widehat{ANB} = 50°$	$\widehat{AOB} = 40°$ $\widehat{AMB} = 20°$ $\widehat{ANB} = 20°$	$\widehat{AMB} = 60°$ $\widehat{AOB} = 120°$ $\widehat{ANB} = 60°$	$\widehat{AOB} = 140°$ $\widehat{AMB} = 70°$ $\widehat{ANB} = 70°$

III- Polygones réguliers.

Définition :

Un polygone est dit « régulier » quand tous ses côtés ont la même longueur, et tous ses angles ont la même mesure.

Tous les sommets d'un polygone régulier appartiennent à un même cercle.

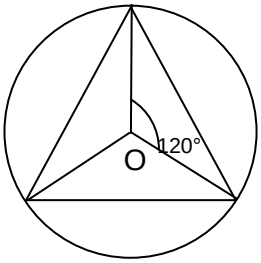
On dit qu'un polygone régulier est inscrit dans un cercle (voir figure ci-dessous).

Le centre de ce cercle est appelé centre du polygone régulier.

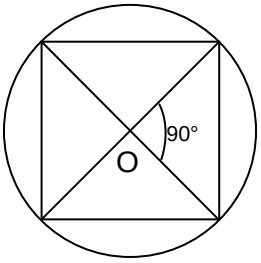
Propriété :

Si un polygone a tous ses côtés de la même longueur et tous ses sommets qui appartiennent à un même cercle alors ce polygone est régulier.

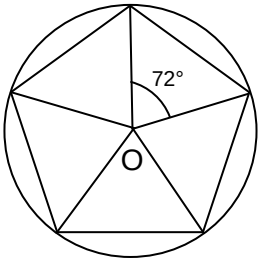
Figures à connaître :



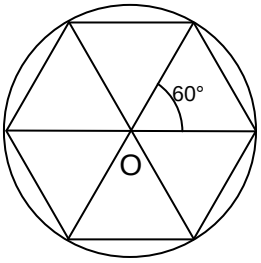
Triangle équilatéral



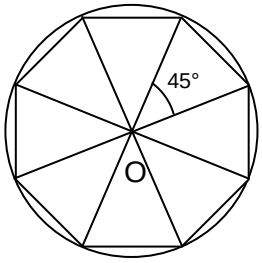
Carré



Pentagone régulier



Hexagone régulier



Octogone régulier

POUR CALCULER L'ANGLE AU CENTRE, ON UTILISE LA FORMULE : $\dfrac{360°}{\text{nombre de côtés}}$ **On écrit :** $\dfrac{360°}{n}$

Exemple : le pentagone regulier à 5 côtés, donc l'angle au centre mesure : 360° : 5 = 72°.